

# Функция распределения горячих носителей заряда при резонансном рассеянии

© А.А. Прокофьев<sup>+,\*</sup>, М.А. Одноблюдов<sup>+,\*</sup>, И.Н. Ясиевич<sup>+,\*</sup>

\* Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия

<sup>+</sup> Division of Solid State Theory, Department of Physics, Lund University, SE-223 62 Lund, Sweden

(Получена 8 ноября 2000 г. Принята к печати 15 ноября 2000 г.)

Предлагается простой аналитический метод решения кинетического уравнения для носителей заряда в присутствии резонансных состояний в условиях стримминга. На примере изотропной модели резонансного рассеяния Брейта–Вигнера проанализировано анизотропное распределение носителей заряда по энергии, возникающее под влиянием внешнего электрического поля для двумерных и трехмерных носителей, а также заселенность резонансного состояния. Обсуждается вопрос об условиях возникновения внутрицентральной инверсной заселенности.

## 1. Введение

На основе одноосно-деформированного германия, в котором мелкие акцепторы приводят к появлению резонансных состояний, был создан терагерцовый лазер, работающий на оптических переходах между резонансным и локальным состояниями одной и той же примеси (см. [1,2] и ссылки в этих работах). Возникновение нового типа инверсной заселенности, наводимой резонансными состояниями в полупроводниках, рассматривалось в работе [3] на основе численного решения кинетического уравнения в условиях стриммингового режима. Детальное теоретическое исследование резонансных состояний, наводимых мелкими акцепторами в одноосно-деформированных полупроводниках, представлено в работе [4].

В настоящей работе предлагается простой аналитический метод решения кинетического уравнения для носителей заряда в присутствии резонансных состояний в условиях стриммингового режима. На примере изотропной модели резонансного рассеяния Брейта–Вигнера проанализировано анизотропное распределение носителей заряда по энергии, возникающее под влиянием внешнего электрического поля для двумерных и трехмерных носителей, а также заселенность резонансного состояния. Обсуждается вопрос об условиях возникновения внутрицентральной инверсной заселенности.

## 2. Стримминговый режим

Рассмотрим простую модель, в которой мы ограничимся только учетом резонансного рассеяния носителей на примесях и их взаимодействия с оптическими фононами.

При отсутствии резонансного рассеяния реализуется так называемый стримминговый режим [5,6]. Такой режим имеет место при полях  $F \geq \hbar\omega_o/el$ , где  $l$  — длина свободного пробега по отношению к другим механизмам рассеяния. Носители заряда в присутствии электрического поля  $\mathbf{F}$ , приложенного вдоль оси  $z$ , разгоняются

и движутся в  $k$ -пространстве, пока их кинетическая энергия не превысит энергии оптического фонона  $\hbar\omega_o$ . Носители, достигшие энергии  $\hbar\omega_o$ , получают возможность испустить оптический фонон, после чего они возвращаются в область малых кинетических энергий  $\epsilon_k \leq \epsilon_0$ .

Кинетическое уравнение Больцмана для функции распределения носителей  $f_{\mathbf{k}}$  по волновому вектору  $\mathbf{k}$  имеет следующий вид:

$$\frac{\partial f_{\mathbf{k}}}{\partial t} + \frac{eF}{\hbar} \frac{\partial f_{\mathbf{k}}}{\partial k_z} = S - D, \quad (1)$$

где  $S(\epsilon_k)$  — источник носителей, отличный от нуля при  $\epsilon_k \leq \epsilon_0$ , а  $D$  учитывает сток носителей при  $\epsilon_k = \hbar\omega_o$ . Простейшим образом сток можно учесть введением граничного условия

$$f_{\mathbf{k}} = 0 \quad (2)$$

при  $\epsilon_k = \hbar\omega_o$ .

Зависимость  $S(\epsilon_k)$  определяется из условия, что приход частиц в область малых кинетических энергий  $\epsilon_k \leq \epsilon_0$  определяется испусканием оптических фононов за счет деформационного взаимодействия. При этом для простоты мы будем считать источник изотропным и принимать во внимание условие баланса потоков: полный поток в область  $\epsilon_k \leq \epsilon_0$  равен потоку через поверхность  $\epsilon_k = \hbar\omega_o$ :

$$J(\hbar\omega_o) \equiv \int S(\epsilon_{\mathbf{k}}) d^3\mathbf{k} = \frac{e}{\hbar} \int f_{\mathbf{k}} (\mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}) \Big|_{\epsilon_{\mathbf{k}}=\hbar\omega_o}. \quad (3)$$

Учет резонансного рассеяния производится внесением интеграла столкновений  $I$  в правую часть уравнения (1):

$$I = \sum_{\mathbf{k}} N_i W_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} (f_{\mathbf{k}'} - f_{\mathbf{k}}), \quad (4)$$

где  $N_i$  — число примесных центров, а вероятность рассеяния  $W_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$  определяется формулой

$$W_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \frac{2\pi}{\hbar} |t_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}|^2 \delta(\epsilon_{\mathbf{k}'} - \epsilon_{\mathbf{k}}), \quad (5)$$

$t_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$  — амплитуда резонансного рассеяния.

Мы рассмотрим предельный случай, когда ширина резонансного уровня  $\Gamma/2 \ll E_0$ , где  $E_0$  — энергетическое положение резонансного уровня. В этом случае процессы захвата–выброса в резонансное состояние и соответственно резонансного рассеяния происходят в узкой энергетической области и их можно рассматривать как идущие при фиксированной энергии  $E_0$ .

Таким образом, в интервале энергий  $\epsilon_0 < \epsilon_{\mathbf{k}} < \hbar\omega_0$  мы имеем свободное движение под влиянием электрического поля и резонансное упругое рассеяние при энергии  $\epsilon_{\mathbf{k}} = E_0$ , где  $E_0$  — энергия резонансного уровня. Далее мы будем интересоваться заселенностью резонансного состояния, которая определяется соотношением

$$f_r = \sum_{\mathbf{k}} W_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}}, \quad (6)$$

где  $W_{\mathbf{k}}$  — полная вероятность захвата свободного носителя с волновым вектором  $\mathbf{k}$  на резонансное состояние [3,4].

Условие нормировки функции распределения определяется уравнением

$$n = n_i f_r + \sum_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}}, \quad (7)$$

где  $n$  — полная концентрация носителей,  $n_i$  — концентрация примеси (мы не учитываем наличие спина у носителей).

### 3. Простая изотропная модель резонансного рассеяния

Построим стационарное решение уравнения (1) для изотропного рассеяния. В таком случае как упругое резонансное рассеяние, так и вероятность захвата свободных носителей на резонансное состояние характеризуются только двумя параметрами:  $E_0$  и  $\Gamma$  и зависят только от модуля волнового вектора частицы (модель Брейта–Вигнера, см., например, [7]).

Вероятность захвата  $W_{\mathbf{k}}$  и амплитуда упругого резонансного рассеяния  $t_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$  определяются формулами

$$W_{\mathbf{k}} = \frac{1}{V} \frac{\pi \Gamma \hbar^2}{km} \frac{1}{(\epsilon_{\mathbf{k}} - E_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (8)$$

$$|t_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}|^2 = \frac{1}{V^2} \frac{\pi^2 \hbar^4 \Gamma^2}{m^2 k^2} \frac{1}{(\epsilon_{\mathbf{k}} - E_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (9)$$

где  $V$  — нормировочный объем, а  $m$  — масса частицы. Эти выражения можно получить, следуя работам [3,4].

Вводя сечение резонансного рассеяния

$$\sigma_r(k) = \frac{\pi}{k_0^2} \frac{\Gamma^2}{(\epsilon_{\mathbf{k}} - E_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (10)$$

можно привести интеграл столкновений  $I$  к следующему виду:

$$n_i \sigma_r(k) v_k \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} d\eta' [f(\eta', \epsilon_{\mathbf{k}}) - f(\eta, \epsilon_{\mathbf{k}})], \quad (11)$$

где  $v_k = \sqrt{2\epsilon_{\mathbf{k}}/m}$  — скорость частицы, а также введен параметр  $\eta = k_z/k$ .

В приближении  $\Gamma \ll E_0$  резонансное рассеяние имеет место только для носителей с волновым вектором  $k_0 = \sqrt{2mE_0/\hbar^2}$ :

$$\sigma_r(k) = \frac{2\pi^2 \Gamma}{k_0^2} \delta(\epsilon_k - E_0). \quad (12)$$

Так как импульс в направлении, перпендикулярном полю, сохраняется, удобно в дальнейшем ввести безразмерные переменные:  $y = \epsilon_{\mathbf{k}}/E_0$  для полной энергии и  $y_{\perp} = \epsilon_{\perp}/E_0$  для энергии перпендикулярного движения, где  $\epsilon_{\perp} = \hbar^2 k_{\perp}^2/2m$ , а  $k_{\perp}^2 = k^2 - k_z^2$ . Также удобно ввести две функции:  $f_1(\mathbf{k})$ , заданную в области  $k_z > 0$ , и  $f_2(\mathbf{k})$ , заданную в области  $k_z < 0$ .

В изотропной модели зависимость источника носителей от энергии, согласно [5], имеет вид

$$S = S_0 \sqrt{\frac{\epsilon_{\mathbf{k}}}{\hbar\omega_0}} \left[ 1 - \left( \frac{\epsilon_k}{\epsilon_0} \right)^{3/2} \right] \Theta(\epsilon_0 - \epsilon_{\mathbf{k}}), \quad (13)$$

где константу  $S_0$  удобно определять из условия баланса потоков (3), а характерный параметр  $\epsilon_0$ , согласно работам [5,6], определяется следующей формулой

$$\epsilon_0 = \left( \frac{9}{2m_z} \right)^{1/3} \left( \frac{\omega_0}{v_A} eF\hbar \right)^{2/3}, \quad (14)$$

где  $v_A$  — параметр, характеризующий скорость испускания оптических фононов  $v_A \sqrt{\epsilon_{\mathbf{k}}/\hbar\omega_0 - 1}$  носителями с энергией  $\epsilon_{\mathbf{k}} > \hbar\omega_0$ . При вычислении  $\epsilon_0$  следует использовать то значение эффективной массы  $m_z$ , которое имеет частица с энергией, близкой к энергии оптического фонона.

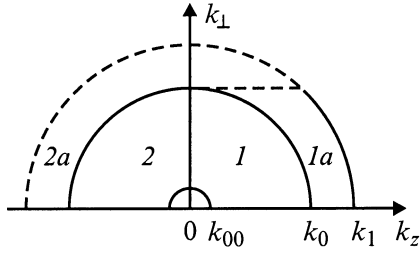
В переменных  $y, y_{\perp}$  уравнение (1) с учетом соотношения (13) и столкновительного члена принимает вид

$$\frac{\partial f_{1,2}(y, y_{\perp})}{\partial y} = \pm A \frac{\delta(y-1)}{\sqrt{1-y_{\perp}}} [B - f_{1,2}(y, y_{\perp})] \pm C \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y-y_{\perp}}} \left[ 1 - \left( \frac{y}{y_0} \right)^{3/2} \right] \Theta(y_0 - y), \quad (15)$$

где  $y_0 = \epsilon_0/E_0$ , параметры  $A$  и  $C$  определяются соотношениями

$$A = \frac{2\pi^2 n_i \Gamma}{eF k_0^2}, \quad (16)$$

$$C = \frac{S_0}{eF} \sqrt{\frac{mE_0}{\hbar}}, \quad (17)$$



**Рис. 1.** Области движения носителей в  $\mathbf{k}$ -пространстве:  $k_{00} = \sqrt{2m\epsilon_0}/\hbar$  ограничивает размер источника;  $k_0 = \sqrt{2mE_0}/\hbar$  — линия резонансного рассеяния;  $k_1 = \sqrt{2m\hbar\omega_0}/\hbar$ ,  $\hbar\omega_0$  — энергия оптического фонона;  $1$  — область определения функции  $f_1$ ,  $2$  — область определения функции  $f_2$ .

а параметр  $B$  связан со значением функции распределения при  $y = 1$ :

$$B = \frac{1}{4} \int_0^1 \frac{f_1(1, y_\perp) + f_2(2, y_\perp)}{\sqrt{1 - y_\perp}} dy_\perp. \quad (18)$$

В выражении (15) знак плюс относится к функции  $f_1$ , а минус — к  $f_2$  (см. рис. 1).

Граничные условия (2), накладываемые на функции распределения, переписываются следующим образом:

$$f_1(y_1, y_\perp) = f_2(y_1, y_\perp) = 0, \quad (19)$$

где  $y_1 = \hbar\omega_0/E_0$ .

Отметим, что, как следует из формул (6), (8) при  $\Gamma \ll E_0$ , именно величина  $B$  определяет заселенность резонансного состояния  $f_r$ :

$$f_r = B. \quad (20)$$

На рис. 1 изображены области определения функций  $f_1$  и  $f_2$  в  $\mathbf{k}$ -пространстве. Области  $1, 1a$  ( $k_z > 0$ ) соответствуют ускорению носителей электрическим полем, а области  $2, 2a$  ( $k_z < 0$ ) — торможению. Носители испытывают сильное упругое рассеяние на поверхности  $k = k_0$ . Вне источника частицы в области  $2$  появляются только в результате рассеяния. Носители в области  $2a$  вообще отсутствуют. Все носители, прошедшие в область  $1a$ , после набора энергии, превышающей  $\hbar\omega_0$ , испускают оптический фонон и возвращаются в область источника  $\epsilon_k < \epsilon_0$ .

Так как источник отличен от нуля только в области малых энергий  $y < y_0$ , построим сначала решение для интервала  $y_0 < y < y_1$ . При  $y_0 < y < 1$  функции  $f_1$  и  $f_2$  не зависят от  $y$  и мы имеем

$$f_{1,2}(y, y_\perp) = C_{1,2}(y_\perp). \quad (21)$$

Решение уравнения (15) при  $y > 1$  дает

$$f_{1,2}(y, y_\perp) = C_{1,2}(y_\perp) \exp\left(\mp A/\sqrt{1 - y_\perp}\right) + B \left[1 - \exp\left(\pm A/\sqrt{1 - y_\perp}\right)\right]. \quad (22)$$

Условие отсутствия частиц в области  $2a$  (см. рис. 1), т. е. равенство  $f_2 = 0$  при  $y > 1$ , дает выражение для  $C_2$ :

$$C_2(y_\perp) = B \left[1 - \exp\left(-A/\sqrt{1 - y_\perp}\right)\right]. \quad (23)$$

Поток частиц в  $\mathbf{k}$ -пространстве через поверхность постоянной энергии  $\epsilon$  определяется следующим выражением

$$J(\epsilon) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{e}{\hbar} f_{\mathbf{k}} (\mathbf{F} \cdot \mathbf{dS}). \quad (24)$$

Здесь имеется в виду поток на единицу объема реального пространства. Переписывая интеграл (24) в переменных  $y, y_\perp$ , получаем

$$J(y) = f \int_0^y [f_1(y, y_\perp) - f_2(y, y_\perp)] dy_\perp, \quad (25)$$

где

$$b = \frac{eFk_0^2}{8\pi^2\hbar}. \quad (26)$$

Так как источник действует только при  $y < y_0$ , то при  $y_0 < y < 1$  поток  $J$  постоянен, а с другой стороны, в этой области  $f_1$  и  $f_2$  зависят только от  $y_\perp$  (см. уравнение (21)). Тогда мы имеем  $C_1(y_\perp) = C_2(y_\perp)$  при  $y_\perp > y_0$  и можем представить  $C_1$  в виде

$$C_1(y_\perp) = C_2(y_\perp) + \varphi(y_\perp), \quad (27)$$

где функция  $\varphi(y_\perp)$  отлична от нуля только при  $y_1 < y_0$  и определяется потоком из источника в область  $y > y_0$ :

$$J(y_0) = b \int_0^{y_0} \varphi(y_\perp) dy_\perp. \quad (28)$$

Используя  $\varphi$ , с учетом формул (21)–(23) можно записать функции распределения в интервале  $y_0 < y < 1$  в виде

$$f_1(y, y_\perp) = \varphi(y_\perp) + B \left[1 - \exp\left(-A/\sqrt{1 - y_\perp}\right)\right], \quad (29)$$

$$f_2(y, y_\perp) = B \left[1 - \exp\left(-A/\sqrt{1 - y_\perp}\right)\right], \quad (30)$$

а в интервале  $1 < y < y_1$  — в виде

$$f_1(y, y_\perp) = \varphi(y_\perp) \exp\left(-A/\sqrt{1 - y_\perp}\right) + B \left[1 - \exp\left(-2A/\sqrt{1 - y_\perp}\right)\right], \quad (31)$$

$$f_2(y, y_\perp) = 0. \quad (32)$$

Рассмотрим теперь функцию распределения носителей в области  $y < y_0$ , где уравнение (1) имеет вид

$$\frac{\partial f_{1,2}}{\partial y} = \pm C \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y - y_\perp}} \left[1 - \left(\frac{y}{y_0}\right)^{3/2}\right], \quad (33)$$

а  $C$  определяется формулой (17). Тогда

$$\frac{\partial(f_1 - f_2)}{\partial y} = 2C \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y - y_\perp}} \left[1 - \left(\frac{y}{y_0}\right)^{3/2}\right]. \quad (34)$$

При интегрировании уравнения (34) в качестве граничного условия используем равенство

$$[f_1(y, y_{\perp}) - f_2(y, y_{\perp})]_{y=y_{\perp}} = 0.$$

В результате получаем

$$f_1(y, y_{\perp}) - f_2(y, y_{\perp}) = 2CM(y, y_{\perp}), \quad (35)$$

где

$$M(y, y_{\perp}) = \sqrt{y(y - y_{\perp})} - \sqrt{y_0(y - y_{\perp})} \times \left( \frac{2y^2}{5y_0^2} + \frac{8yy_{\perp}}{15y_0^2} + \frac{16y_{\perp}^2}{15y_0^2} \right) + \frac{y_{\perp}}{2} \ln^2 \left( \frac{\sqrt{y(y - y_{\perp})} + 2y - y_{\perp}}{y_{\perp}} \right). \quad (36)$$

С другой стороны,

$$f_1(y_0 + 0, y_{\perp}) - f_2(y_0 + 0, y_{\perp}) = \varphi(y_{\perp}),$$

откуда из условия непрерывности функции распределения при  $y = y_0$  следует, что

$$\varphi(y_{\perp}) = 2CM(y_0, y_{\perp})\Theta(y_0 - y_{\perp}). \quad (37)$$

Используя (25) и приравнявая потоки при  $y < 1$  и  $y > 1$ , мы имеем равенство

$$\int_0^{y_0} \varphi(y_{\perp}) \left[ 1 - \exp \left( -A/\sqrt{1 - y_{\perp}} \right) \right] dy_{\perp} = B \int_0^1 \left[ 1 - \exp \left( -2A/\sqrt{1 - y_{\perp}} \right) \right] dy_{\perp}, \quad (38)$$

которое совместно с выражением (37) позволяет выразить константу  $C$  через  $B$ :

$$C = \frac{1}{2} BI(A), \quad (39)$$

где

$$I(A) = \frac{\int_0^1 [1 - \exp(-2A/\sqrt{1 - y_{\perp}})] dy_{\perp}}{\int_0^{y_0} M(y_0, y_{\perp}) [1 - \exp(-A/\sqrt{1 - y_{\perp}})] dy_{\perp}}. \quad (40)$$

Решая теперь уравнения (33) с учетом непрерывности  $f_1(y, y_{\perp})$  и  $f_2(y, y_{\perp})$  на границе источника  $y = y_0$ , получаем выражения для функций распределения при  $y < y_0$ :

$$f_{1,2}(y, y_{\perp}) = B \left[ \frac{1}{2} I(A) (M(y_0, y_{\perp}) \pm M(y, y_{\perp})) + 1 - \exp \left( -A/\sqrt{1 - y_{\perp}} \right) \right], \quad (41)$$

где значки "+" и "-" относятся к функциям  $f_1$  и  $f_2$  соответственно.

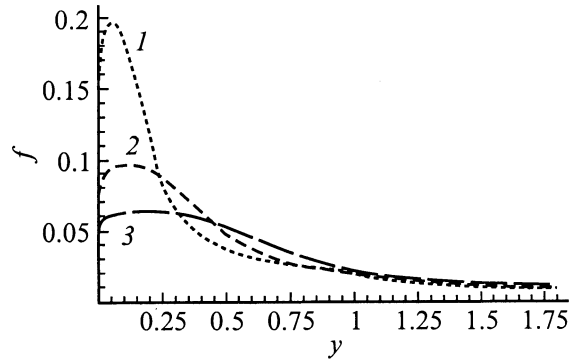


Рис. 2. Функции распределения носителей  $f(y)$  при концентрации примеси  $5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и электрических полях  $F$ , В/см: 1 — 300, 2 — 1000, 3 — 2000.

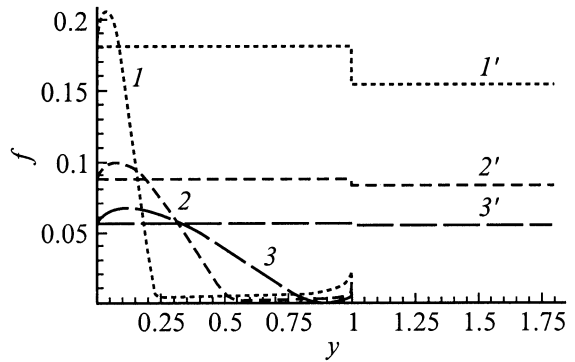


Рис. 3. Функции распределения носителей: ( $I'-3'$ ) — в направлении электрического поля  $f(y, y_{\perp} = 0)$  (ступенчатые функции) и ( $I-3$ ) — в перпендикулярном направлении  $f(y, y_{\perp} = y)$  при концентрации примеси  $5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и электрических полях  $F$ , В/см: 1 — 300, 2 — 1000, 3 — 2000.

Формулы (29)–(32) и (41) определяют функции  $f_{1,2}(y, y_{\perp})$  во всем рассматриваемом интервале значений  $0 < y < y_1$  с точностью до  $B$ .

Функция распределения носителей по полной энергии получается интегрированием по  $y_{\perp}$ :

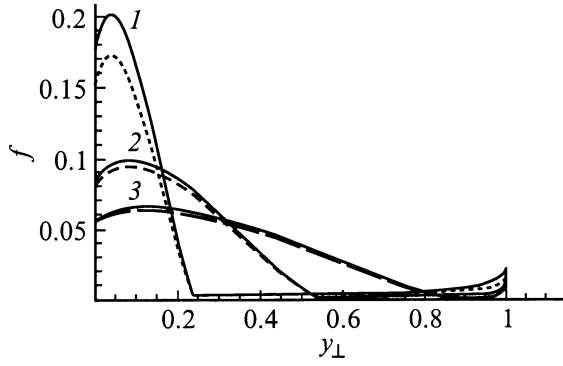
$$f(y) = \frac{1}{2} \int_0^y \frac{f_1(y, y_{\perp}) + f_2(y, y_{\perp})}{\sqrt{y(y - y_{\perp})}} dy_{\perp}. \quad (42)$$

Величину  $B$  можно определить из условия нормировки (7), которое в переменных  $y, y_{\perp}$  имеет вид

$$n = n_i f_r + \frac{k_0^3}{8\pi^2} \int_0^{y_1} \sqrt{y} f(y) dy. \quad (43)$$

Напомним, что заселенность центра определяется величиной  $B$ :  $f_r = B$ .

Функция распределения носителей по полной энергии  $f(y)$ , а также функции распределения носителей с импульсом, направленным вдоль электрического поля ( $f(y, 0) = f_1(y, 0) + f_2(y, 0)$ ) и перпендикулярно ему ( $f(y, y) = f_1(y, y) + f_2(y, y)$ ), приведены на рис. 2, 3. Все вычисления производились со следующими параметрами:  $E_0 = 20 \text{ мэВ}$ ,  $\Gamma = 2 \text{ мэВ}$ ,  $\hbar\omega_0 = 36 \text{ мэВ}$



**Рис. 4.** Функции распределения носителей по энергии перпендикулярного движения при полной энергии  $E_0 - 0$  (сплошные линии) и  $\hbar\omega_o - 0$  (штриховые) при концентрации примеси  $5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и электрических полях  $F$ , В/см: 1 — 300, 2 — 1000, 3 — 2000.

( $y_{\perp} = 1.8$ ). Функция распределения носителей по энергии перпендикулярного движения для частиц с полной энергией  $E_0(f(1, y_{\perp}))$  и  $\hbar\omega_o(f(y_1, y_{\perp}))$  приведена на рис. 4. Имея в виду возможность использования простой изотропной модели для случая германия под давлением, мы в расчетах в качестве эффективной массы взяли  $m = 0.08m_0$ , что соответствует массе плотности состояний в верхней валентной подзоне сжатого германия (подзоне легких дырок). А при вычислении  $\epsilon$  по формуле (14) использовалось значение  $m_z = 0.32m_0$ .

#### 4. Двумерный случай

Для того чтобы проанализировать особенности кинетики носителей, заключенных в квантовую яму, при наличии резонансного рассеяния рассмотрим, как работает простая изотропная модель в случае двумерных носителей.

Кинетическое уравнение Больцмана для функции распределения двумерных носителей снова определяется уравнением (1) с учетом столкновительного члена, соответствующего резонансному рассеянию. Но при этом следует учитывать, что  $\mathbf{k}$  теперь двумерный вектор. Соответственно меняется плотность состояний и вид источника. Для распределения источника по энергии мы теперь имеем:

$$S = S_0 \left( 1 - \frac{\epsilon_{\mathbf{k}}}{\epsilon_0^{(2D)}} \right) \Theta \left( \epsilon_0^{(2D)} - \epsilon_{\mathbf{k}} \right), \quad (44)$$

где  $\epsilon_{\mathbf{k}}$  — кинетическая энергия двумерного движения, а граница источника  $\epsilon_0^{(2D)}$  определяется теперь уравнением

$$\epsilon_0^{(2D)} = \frac{\omega_o}{v_A} \frac{2}{\pi} eFL, \quad (45)$$

где  $L$  — ширина квантовой ямы, а  $v_A$  — тот же параметр, характеризующий скорость испускания фононов, что и для трехмерного случая. При этом влияние квантовой

ямы на спектр фононов не учитывается и рассматриваются носители только на первом уровне размерного квантования в приближении бесконечно высоких барьеров. Параметр  $S_0$  определяется из условия баланса потоков (3), в котором следует учитывать двумерность носителей.

С другой стороны, для интеграла столкновения снова можно использовать формулу (4), но при этом амплитуда вероятности рассеяния определяется выражением

$$\left| t_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{(2D)} \right|^2 = \frac{1}{S^2} \frac{\hbar^4 k}{m^2} \sigma_r^{(2D)}, \quad (46)$$

а вероятность захвата

$$W_{\mathbf{k}}^{(2D)} = n_i^{(2D)} v \sigma_r^{(2D)}, \quad (47)$$

где  $v = \hbar k/m$  — скорость, а  $n_i^{(2D)}$  — двумерная концентрация примеси. В приближении  $\Gamma \ll E_0$ , когда резонансное рассеяние имеет место только при  $k_0 = \sqrt{2mE_0\hbar^2}$ , для сечения резонансного рассеяния  $\sigma_r^{(2D)}$  имеет место (10)

$$\sigma_r^{(2D)} = \frac{2\pi\Gamma}{k_0} \sigma(\epsilon_{\mathbf{k}} - E_0). \quad (48)$$

Вводя снова безразмерные переменные  $y = \epsilon_{\mathbf{k}}/E_0$ ,  $y_{\perp} = \epsilon_{\perp}/E_0$  и параметр  $y_0^{(2D)} = \epsilon_0^{(2D)}/E_0$ , мы снова приходим к уравнению, аналогичному (15),

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{1,2}(y, y_{\perp})}{\partial y} = & \pm A^{(2D)} \frac{\delta(y-1)}{\sqrt{1-y_{\perp}}} \left[ B^{(2D)} - f_{1,2}(y, y_{\perp}) \right] \\ & \pm C^{(2D)} \frac{1-y/y_0}{\sqrt{y-y_{\perp}}} \Theta \left( y_0^{(2D)} - y \right), \end{aligned} \quad (49)$$

где

$$A^{(2D)} = \frac{2\pi\Gamma}{k_0} \frac{n_i^{(2D)}}{eF}, \quad (50)$$

$$B^{(2D)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{f_1(1, y_{\perp}) + f_2(1, y_{\perp})}{\sqrt{y_{\perp}} \sqrt{1-y_{\perp}}} dy_{\perp}. \quad (51)$$

Функция распределения по полной энергии  $f(y)$  в двумерном случае связана с  $f_1(y, y_{\perp})$  и  $f_2(y, y_{\perp})$ :

$$f^{(2D)}(y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^y \frac{f_1(y, y_{\perp}) + f_2(y, y_{\perp})}{\sqrt{y_{\perp}} \sqrt{y-y_{\perp}}} dy_{\perp}. \quad (52)$$

Обратим внимание на разницу между уравнениями (51) и (18), а также между (52) и (42), обусловленную двумерностью спектра. Величина  $B^{(2D)}$  определяет заселенность резонансного состояния в двумерном случае:  $f_r^{(2D)} = B^{(2D)}$ . Будем строить решение кинетического уравнения по аналогии с трехмерным случаем и выразим  $C^{(2D)}$  через  $B^{(2D)}$ , пользуясь уравнением баланса потоков, а саму величину  $B^{(2D)}$  будем находить из условия нормировки:

$$n = n_i^{(2D)} f_r + \frac{k_0^2}{2\pi} \int_0^{y_1} f(y) dy. \quad (53)$$

Изменение характера зависимости источника от энергии влияет на вид функции распределения при малых энергиях ( $y < y_0^{(2D)}$ ) и на связь между  $C^{(2D)}$  и  $B^{(2D)}$ . Вместо (39) мы имеем

$$C^{(2D)} = \frac{1}{2} B^{(2D)} I^{(2D)}(A), \quad (54)$$

где

$$I^{(2D)}(A) = \frac{\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{y_1}} [1 - \exp(-2A/\sqrt{1-y_1})] dy_\perp}{\int_0^{y_0} \frac{1}{\sqrt{y_\perp}} M^{(2D)}(y_0^{(2D)}, y_\perp) [1 - \exp(-A/\sqrt{1-y_\perp})] dy_\perp}, \quad (55)$$

$$M^{(2D)}(y, y_\perp) = 2\sqrt{y-y_\perp} \left( 1 - \frac{1}{3} \frac{y}{y_0^{(2D)}} - \frac{2}{3} \frac{y_\perp}{y_0^{(2D)}} \right). \quad (56)$$

Приведем окончательные формулы, определяющие функции  $f_{1,2}$ :

1) в интервале  $0 < y < y_0^{(2D)}$

$$f_{1,2}(y, y_\perp) = B^{(2D)} \left\{ \frac{1}{2} I^{(2D)}(A^{(2D)}) [M^{(2D)}(y_0, y_\perp) \pm M^{(2D)}(y, y_\perp)] + 1 - \exp(-A^{(2D)}/\sqrt{1-y_\perp}) \right\}; \quad (57)$$

2) в интервале  $y_0^{(2D)} < y < 1$

$$f_1(y, y_\perp) = B^{(2D)} [I^{(2D)}(A^{(2D)}) M^{(2D)}(y_0^{(2D)}, y_\perp) + 1 - \exp(-A^{(2D)}/\sqrt{1-y_\perp})]; \quad (58)$$

$$f_2(y, y_\perp) = B^{(2D)} [1 - \exp(-A^{(2D)}/\sqrt{1-y_\perp})]; \quad (59)$$

3) в интервале  $1 < y < y_1$  ( $y_1 = \hbar\omega_o/E_0$ )

$$f_1(y, y_\perp) = B^{(2D)} [I^{(2D)}(A^{(2D)}) M^{(2D)}(y_0^{(2D)}, y_\perp) \times \exp(-A^{(2D)}/\sqrt{1-y_\perp}) + 1 - \exp(-2A^{(2D)}/\sqrt{1-y_\perp})]; \quad (60)$$

$$f_2(y, y_\perp) = 0. \quad (61)$$

Функция распределения носителей по полной энергии  $f^{(2D)}(y)$ , а также функции распределения носителей с импульсом, направленным вдоль электрического поля ( $f(y, 0) = f_1(y, 0) + f_2(y, 0)$ ) и перпендикулярно ему ( $f(y, y) = f_1(y, y) + f_2(y, y)$ ), приведены на рис. 5, 6.

Функция распределения носителей по энергии перпендикулярного движения для частиц с полной энергией  $E_0$  ( $f(1, y_\perp)$ ) и  $\hbar\omega_o$  ( $f(y_1, y_\perp)$ ) приведена на рис. 7. В расчетах в качестве эффективной массы использовалось значение  $m = 0.1m_0$  и  $L = 5$  нм.

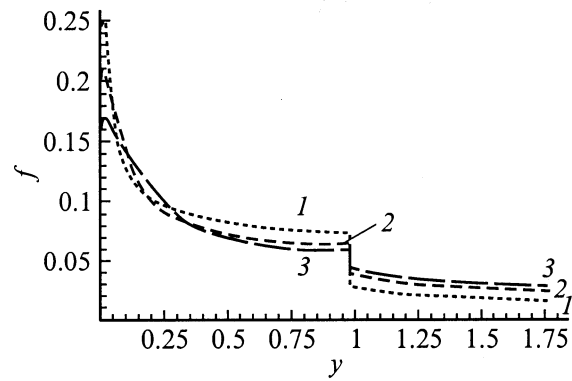


Рис. 5. Функции распределения двумерных носителей по энергии  $f(y)$  при концентрации примеси  $10^{11}$  см $^{-2}$  и электрических полях  $F$ , В/см: 1 — 300, 2 — 1000, 3 — 2000.

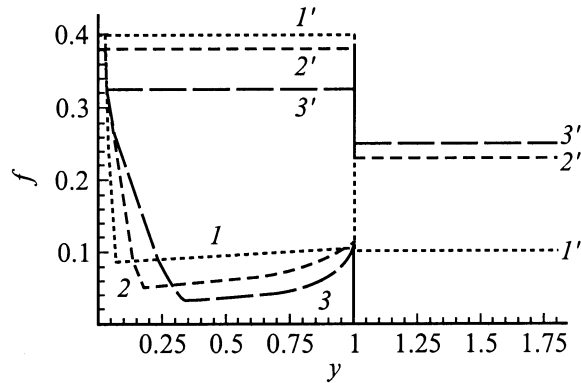


Рис. 6. Функция распределения носителей: ( $I'$ – $3'$ ) — в направлении вдоль электрического поля (ступенчатые функции) и ( $I$ – $3$ ) — перпендикулярно полю при концентрации примеси  $10^{11}$  см $^{-2}$  и электрических полях  $F$ , В/см: 1 — 300, 2 — 1000, 3 — 2000.

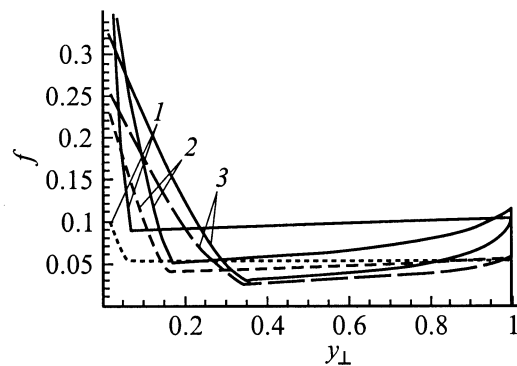
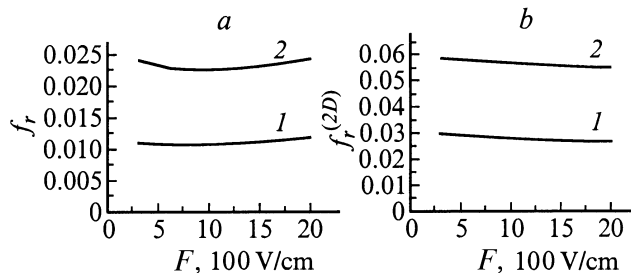


Рис. 7. Функции распределения двумерных носителей по энергии перпендикулярного движения при полной энергии вблизи  $E_0 = 0$  (сплошные линии) и  $\hbar\omega_o = 0$  (штриховые) при концентрации примеси  $10^{11}$  см $^{-2}$  и электрических полях  $F$ , В/см: 1 — 300, 2 — 1000, 3 — 2000.

На примере двумерного случая мы убедились, что учет множителя  $(1 - f_k)$  в столкновительных членах оказывается несущественным при наших параметрах. Если заселенность велика, то соответствующие поправки легко учитываются итерацией и приводят к расширению области источника в пространстве энергий.

## 5. Обсуждение результатов

Прежде всего обсудим полученные результаты с точки зрения возможности формирования инверсной внутрицентральной заселенности. На рис. 8 представлены зависимости заселенности резонансного состояния от поля в двумерном и трехмерном случаях.



**Рис. 8.** Зависимости заселенности резонансного состояния от напряженности электрического поля: *a* — трехмерный случай, концентрация примеси,  $\text{см}^{-3}$ : 1 —  $10^{15}$ , 2 —  $5 \cdot 10^{15}$ ; *b* — двумерный случай, концентрация примеси,  $\text{см}^{-2}$ : 1 —  $5 \cdot 10^{10}$ , 2 —  $10^{11}$ .

В двумерном случае реализуется существенно более высокая заселенность резонансных состояний. Это обусловлено уменьшением числа состояний непрерывного спектра до энергии  $E_0$ , где сосредоточена большая часть частиц. Соответственно понижение резонансной энергии приводит к увеличению заселенности резонансного состояния.

Отметим, что терагерцовая генерация на внутрицентральных переходах наблюдалась при электрических полях, превышающих порог примесного пробоя  $F_{\text{thr}}$  (для германия этот порог составляет порядка 10 В/см, а в напряженном германии он обычно еще ниже в силу уменьшения энергии связи основного состояния). Обычно примесный пробой сопровождается шнурованием тока. Простейшая модель, позволяющая адекватно описывать поведение носителей в условиях примесного пробоя, требует рассмотрения по крайней мере двух локализованных состояний: основного ( $E_0$ ) и возбужденного ( $E_1$ ).

После пробоя основного состояния стационарный режим внутри шнура поддерживается обычно меньшим значением напряженности электрического поля, которое обеспечивает динамическое равновесие между ударным возбуждением носителей из состояния  $E_1$  и захватом носителей из зоны на это состояние.

В работе [8] методом Монте-Карло был детально исследован примесный пробой в  $p$ -Ge. Расчеты были

выполнены для концентраций акцепторов  $10^{14} \text{ см}^{-3}$ . При этом для заселенности состояния  $E_1$  в поле 30 В/см было получено значение 0.05, которое уменьшается с ростом поля до значений порядка  $10^{-3}$  при полях выше 1000 В/см.

Таким образом, можно ожидать, что существует область полей, когда условие внутрицентральной инверсной заселенности выполняется.

На рис. 3, 4, 6 и 7 показана резкая анизотропия функции распределения. В направлении электрического поля она имеет обычный стримминговый вид, а в перпендикулярном полю направлению она имеет характерные подьемы в области энергий вблизи  $E_0$ . Причем в двумерном случае этот подъем более ярко выражен.

## 6. Заключение

В работе предложен метод, позволяющий построить аналитическое решение кинетического уравнения для горячих носителей в присутствии резонансного рассеяния в условиях стриммингового режима. Метод применен для выявления особенностей функции распределения в случае двумерных и трехмерных носителей. Вычислена заселенность резонансных состояний и показано, что в двумерном случае она может достигать значений 6%, что указывает на перспективность двумерных легированных полупроводниковых структур для создания терагерцового униполярного лазера.

Авторы благодарят В.И. Переля и А.А. Андронову за очень полезные советы и обсуждение.

Финансирование работы осуществлялось за счет грантов РФФИ. И.Н. Ясиевич благодарит также STINT Fellowships Programme Contract № 99/527(00) за финансовую помощь, а А.А. Прокофьев — Swedish Institute за предоставление стипендии по гранту The New Wisby Programme.

## Список литературы

- [1] И.В. Алтухов, Е.Г. Чиркова, М.С. Каган, К.А. Королев, В.П. Синис, М.А. Одноблюдов, И.Н. Ясиевич. *ЖЭТФ*, **115**, 89 (1999).
- [2] Yu.P. Gousev, I.V. Altukhov, K.A. Korolev, V.P. Sinis, M.S. Kagan, E.E. Haller, M.A. Odnoblyudov, I.N. Yassievich, K.A. Chao. *Appl. Phys. Lett.*, **75**, 1 (1999).
- [3] M.A. Odnoblyudov, I.N. Yassievich, M.S. Kagan, Yu.M. Galperin, K.A. Chao. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 644 (1999).
- [4] M.A. Odnoblyudov, I.N. Yassievich, V.M. Chistyakov, K.A. Chao. *Phys. Rev. B*, **62**, 2486 (2000).
- [5] А.А. Андронов. *ФТП*, **21**(7), 1153 (1987) [Пер. с англ.: А.А. Andronov. *Sov. Phys. Semicond.*, **21**, 701 (1987)].
- [6] А.А. Andronov. In: *Spectroscopy of Nonequilibrium Electrons and Phonons*, ed. by C.V. Shank, B.P. Zakharchenya. *Modern Problems in Condensed Matter Science* (North-Holland, Amsterdam, 1992) v. 35.

- [7] Л.Е. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теоретическая физика*, т. III. *Квантовая механика (нерелятивистская теория)* (М., Наука, 1989).
- [8] W. Quade, G. Hupper, E. Schöll, T. Kuhn. *Phys. Rev. B*, **49**, 13 408 (1994).

*Редактор Т.А. Полянская*

### **Hot carriers distribution function unde resonance scattering**

A.A. Prokof'ev<sup>+,\*</sup>, M.A. Odnoblyudov<sup>+,\*</sup>,  
I.N. Yassievich<sup>+,\*</sup>

Ioffe Physicotechnical Institute,  
Russian Academy of Sciences,  
194021 St.Petersburg, Russia  
<sup>+</sup> Division of Solid State Theory,  
Department of Physics,  
Lund University,  
SE-223 62 Lund, Sweden